

Treball de Fi de Grau

**Grau en Enginyeria en Tecnologies Industrials**

# ESTUDI DE LA MILLORA DEL POSICIONAMENT D'UN ROBOT UTILITZANT EL SISTEMA POZYX

**MEMÒRIA**

**Autor:** Pau Mateu Yus

**Director:** Orestes Mas

**Ponent:** Jan Rosell

**Convocatòria:** Setembre 2018

Escola Tècnica Superior  
d'Enginyeria Industrial de Barcelona



## Resum

Aquest treball procurarà trobar una solució que millori el sistema de localització del sistema Pozyx. Es començarà exposant la gran varietat de sistemes de localització i posicionament que hi ha al mercat i seguidament s'exposarà l'entorn de treball on es desenvoluparà el treball

En els capítols posteriors s'explicarà detalladament el algorisme que s'utilitzarà a la proposta final. També es farà un anàlisi estadístic de les dades emeses per el sistema i es realitzarà una comprovació del correcte funcionament del algorisme a partir d'unes dades de moviment del robot simulades.

Finalment s'exposaran les complicacions a l'hora d'implementar la proposta utilitzant les dades proporcionades directament per el Pozyx i es proposaran solucions a aquests problemes.

El document finalitzarà amb la presentació de les conclusions generals del treball.

## Contingut

Glossari.....	3
2. Prefaci.....	4
2.1 Active badges (Insígnies actives) .....	4
2.2 Sistemes de posicionament per ultrasons .....	5
2.3 Visió per computació .....	7
2.4 Ràdio .....	7
3. Introducció .....	10
3.1 Objectius .....	10
3.2 Continguts del projecte .....	10
3.3 Restriccions.....	11
3.4 Equipament i de l'àrea de treball.....	11
3.4.1 El laboratori.....	11
3.4.2 Pozyx tag .....	13
3.4.3 Programari utilitzat .....	16
3.5 Descripció de la operativa per la obtenció de la localització del <i>tag</i> .....	16
4. Aspectes teòrics .....	18
4.1 Introducció.....	18
4.2 El Filtrat de Kalman .....	21
4.2.1 Introducció .....	21
4.2.2 L'estructura general.....	22
4.2.3 Dades necessàries.....	23
4.2.4 Algorisme a implementar .....	24
5. Caracterització de les dades .....	31
5.1 Metodologia.....	31
5.2 Resultats de les característiques de les dades .....	33
5.3 Estudi del soroll causat per objectes del laboratori .....	39
6. Resultats per simulació .....	41
6.1 Preparació .....	41
6.2 Algorisme.....	41
6.3 Resultats .....	44
7. Resultats amb moviment real .....	48
7.1 Problema inicial .....	48
7.2 Possible solució.....	48
8. Conclusions .....	52

9. Bibliografia ..... 54

## Glossari

Abreviació/acrònim	Significat
UWB	Ultra-wideband (Ultra banda ampla)
RF	Radio freqüència
TOA	Time of arrival (temps d'arribada)
IR	Infrared (Infrarojos)
UAV	Unmanned aerial vehicle (vehicle aeri no tripulat)

Tags: Definim tag com a la placa o etiqueta que s'adjunta a una persona o objecte i n'obté la informació desitjada.

## 2. Prefaci

A finals del segle XX es van començar a desenvolupar diferents tecnologies amb la capacitat de detectar i identificar tags actius de manera automàtica i a més localitzar-ne la seva posició dins d'una zona delimitada. Aquesta tecnologia es va definir com a Sistemes de Localització a Temps Real (Real-Time locating system, RTLS) durant la exposició comercial ID EXPO (1998) per Tim Harrington, Jay Werb i Bert Moore. Originàriament, es va fer servir la tecnologia d'identificació RFID i el seu us inicial era militar. Tot i així, el potencial d'aquesta tecnologia es va començar aplicar en altres sectors com ara la indústria, la medicina i a la recerca.

Actualment, existeixen diversos sistemes de localització en temps real que ens permeten saber amb elevada precisió la posició d'un objecte en un recinte a partir de punts de referència i *tags* instal·lats a objectes o persones. Aquests sistemes podrien donar solució a aquest problema que se'ns planteja (obtenir la posició del robot dins d'una habitació). Entre elles destaquen els infrarojos, els ultrasons, visió per computació (imatges de càmera) i els senyals de radio (que inclouen tecnologies com WaveLan, RFID i UWB). Cada un d'aquests sistemes té unes característiques pròpies com ara la seva precisió, el seu abast o distància de funcionament, el tipus de senyal utilitzat, la velocitat a la que es reben les dades i el seu cost (de manera comparativa amb les altres solucions). A més cada sistema utilitzarà un principi matemàtic o físic diferent per tal de determinar la posició.

A continuació oferim una breu panoràmica dels diversos sistemes de localització *indoor* que s'han proposat en les darreres tres dècades:

### 2.1 Active badges (Insígnies actives)

Va ser el primer sistema de localització a l'interior. El sistema consisteix en col·locar un emissor d'infrarojos a cada objecte o persona que va emetent un codi que

l'identifica periòdicament. Dins de l'edifici hi ha instal·lats sensors que detecten aquesta senyal i un servidor central pot localitzar el portador de l'emissor.

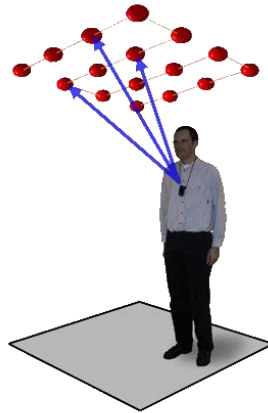


*Figura 1. Exemple d'emissors d'infrarojos de diferents marques.*

## 2.2 Sistemes de posicionament per ultrasons

### Active bats

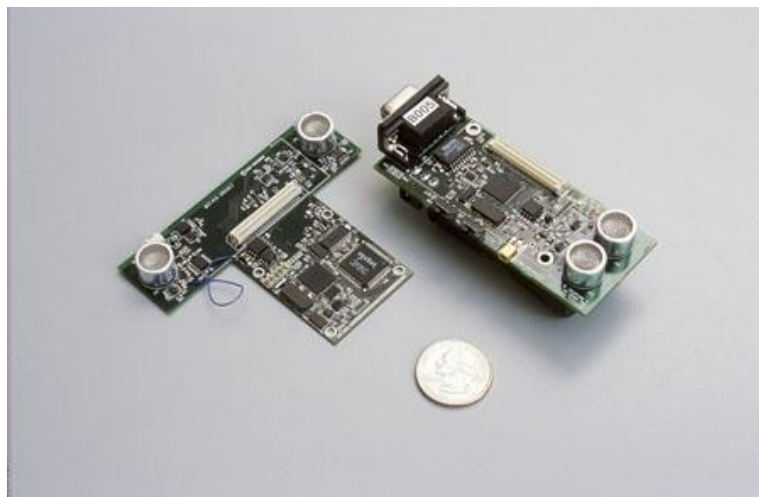
Aquest sistema es el resultat de buscar una millora de la precisió del sistema de localització per infrarojos. Els usuaris i objectes s'identifiquen amb *tags* d'ultrasons com si fossin ratpenats ("bats"). Aquests ratpenats emeten ultrasons cap als receptors instal·lats al sostre. Amb aquest sistema disposem de la informació de posició i localització. El problema d'aquest sistema és que necessita un elevat nombre de receptors amb una instal·lació al sostre molt precisa.



*Figura 2. Representació del sistema Active Bats, on el emissor d'ultrasons el porta la persona de la imatge i els receptors estan representats amb punts vermells al sostre.*

### **Cricket**

El sistema Cricket esta format per diferents nodes que són petits dispositius ultrasònics desenvolupats al MIT. Aquest sistema permet transmetre la posició 3D amb una precisió de 1-2m.



*Figura 3. Exemple de dues plaques amb emissors i receptors del sistema Cricket.*

### **Dolphin**

Aquest sistema està format per sensors sense fil distribuïts al llarg de l'habitació que emeten senyals ultrasònics. Aquests sensors s'anomenen nodes i estan adjunts a diferents objectes a l'interior de l'edifici. A diferència del sistema Active Bats, aquests receptors es poden trobar a qualsevol localització coneguda de l'habitació. Fent servir un algorisme de posicionament distribuït amb els nodes, Dolphin pot saber la posició dels objectes.

### 2.3 Visió per computació

Amb l'ús de diverses càmeres, el sistema és capaç de localitzar i identificar persones o imatges amb una precisió al voltant de 10 cm. Per contra, aquest sistema requereix un gran nombre de càmeres per tal de cobrir tota l'habitació i a més es un sistema força car. La gran quantitat d'imatges a analitzar requereix un sistema de processament del senyal amb una alta capacitat.

### 2.4 Ràdio

Els indicadors d'intensitat del senyal rebut (RSSI) són utilitzats per mesurar distàncies entre els emissors i els receptors. Normalment s'usen senyals RF. La localització dels objectes es determina a partir del càlcul de la distància des de l'objecte als transmissors, fent ús de tècniques geomètriques com la trilateració. Aquest sistema determina la localització a partir de les distàncies obtingudes des de diferents punts de referència. No s'ha de confondre amb la triangulació, ja que aquesta determina la localització dels objectiu a partir dels angles. A l'apartat 1.4.2 s'explica de forma més detallada com funciona aquest sistema.

## **Tecnologia WaveLAN**

La tecnologia sense fils WaveLAN va ser implementada a principis dels anys 90 i va permetre crear els fonaments per la posterior creació de l'actual Wi-Fi.



Amb una xarxa WaveLAN es pot desenvolupar un sistema de rastreig dins dels edificis. El sistema usa la intensitat del senyal i el nivell de soroll que pot rebre de l'anomenada targeta d'interfície de la xarxa WaveLAN.

El sistema pot determinar la posició 2D d'un objecte dins d'un edifici. Pot utilitzar tant les dades empíriques o models matemàtics de com es propaga el senyal de ràdio a l'interior de l'edifici.



*Figura 4. Fotografia d'una placa Half-size AT&T WaveLAN 915MHz*

### **Tecnologia RFID**

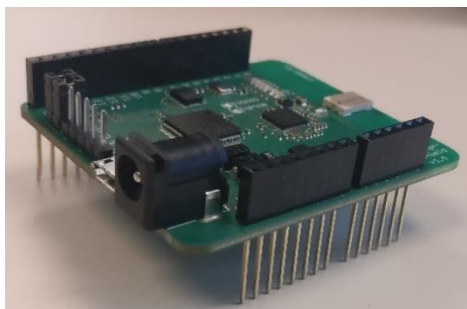
Amb aquesta tecnologia es pot treballar a alta velocitat i a més en qualsevol ambient. Poden calcular qualsevol distància entre els diferents elements del sistema. Un sistema RFID està format per lectors RFID i *tags* juntament amb un mitjà de comunicació que els uneix.



*Figura 5. Imatge que simbolitza un dels tags utilitzats amb la tecnologia RFID*

### **Tecnologia de Banda Ultra Ampla (UWB) :**

Aquesta tecnologia utilitza impulsos molt breus de senyals de ràdio per tal de localitzar o rastrejar objectes en un recinte tancat. El disseny d'aquest sistema permet avaluar i estimar ràpidament el temps d'arribada (TOA) dels impulsos rebuts. Amb aquesta informació un servidor pot calcular la localització de l'objecte.



*Figura 6. Imatge del tag del sistema Pozyx, un sistema que utilitza senyals UWB*

SISTEMA	PRECISIÓ	ABAST	TIPUS DE SENYAL	Velocitat d'actualització	COST
Active badge	7cm	5m	IR	0,1Hz	Moderat
Active bat	9cm	50m	Ultrasons	75Hz	Moderat
Cricket	2cm	10m	Ultrasons	1Hz	Baix
Dolphin	2cm	Habitació	Ultrasons	20Hz	Moderat
Visió per computació	10cm	Habitació	Imatges de càmera	3,5Hz	Alt
WaveLan	3m	Habitació	RF	4Hz	Moderat
RFID	1,7m-2m	interior	RF	100Hz	Moderat
UWB	10cm	15m	RF	1Hz	Moderat

## 3. Introducció

### 3.1 Objectius

Al laboratori de Robòtica II de l'Institut d'Organització i Control de Sistemes Industrials (IOC) s'utilitza el sistema Pozyx que ens proporciona dades de la orientació, posició i moviment d'un objecte en concret. Aquest sistema es va instal·lar al Juny del 2017 amb l'objectiu de controlar la posició i orientació dels robots que hi ha al laboratori. Les dades obtingudes amb aquest sistema contenen un cert error que es pot expressar com una variància en les dades obtingudes. L'objectiu d'aquest treball és estudiar com es pot millorar la precisió d'aquest sistema, de manera que a mesura que anem rebent les dades del dispositiu tinguem un valor fiable de la seva posició dins del laboratori. A més també ens interessa obtenir aquest valor fiable amb el menor temps possible, és a dir, optimitzar el número d'iteracions que la nostra solució necessiti per tal d'assolir un valor que puguem considerar correcte.

### 3.2 Continguts del projecte

En aquest capítol s'analitzaran les restriccions que s'imposaran al nostre estudi per tal de limitar l'amplitud d'aquest. També es descriurà l'equipament utilitzat i l'àrea de treball on es realitzarà el projecte.

Seguidament, el capítol 2 es centrarà en comentar els aspectes teòrics de l'algorisme proposat per tal d'assolir els objectius plantejats.

El capítol 3 serà un recull de la caracterització estadística de les dades que ens proporciona el sistema utilitzat que definirem més endavant a l'apartat 1.4.

A continuació es demostrarà la validesa de l'algorisme proposat al capítol 2 a partir de les dades de moviment d'un robot simulades. Aquesta demostració estarà documentada en el capítol 4.

En el capítol 5 es presentaran les dificultats a l'hora d'aplicar el filtrat de Kalman a partir de les dades d'acceleració proporcionades per el sistema Pozyx i també es proposaran quins podrien ser els següents passos a seguir en la matèria en pròxims treballs.

Per acabar, en el capítol 6 es presentaran les conclusions generals del treball

### **3.3 Restriccions**

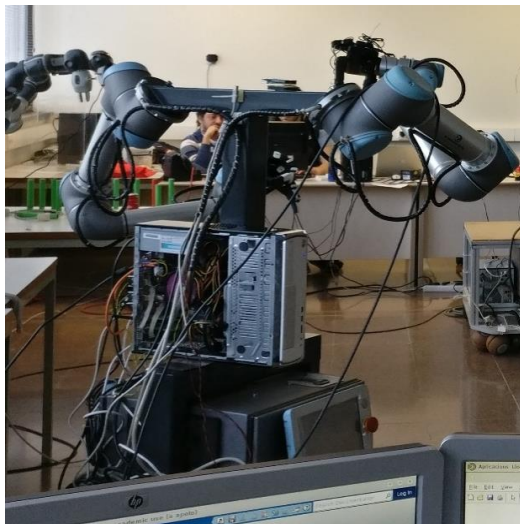
Aquest treball es desenvoluparà sempre dins del laboratori del IOC a l'ETSEIB. L'estudi del posicionament del robot serà sempre en 2D ( $x$  i  $y$ ). Així doncs, no inclourem l'alçada en aquest estudi. Tot i així, val la pena comentar que afegir la variable  $Z$  no suposa un canvi substancial de l'algorisme final, senzillament n'augmentaria la dimensió (passaríem de treballar amb matrius  $2 \times 2$  a matrius  $3 \times 3$ ). Tanmateix, valdria la pena incloure la variable  $Z$  si s'hagués de treballar, per exemple, amb drons (també anomenats UAV).

### **3.4 Equipament i de l'àrea de treball**

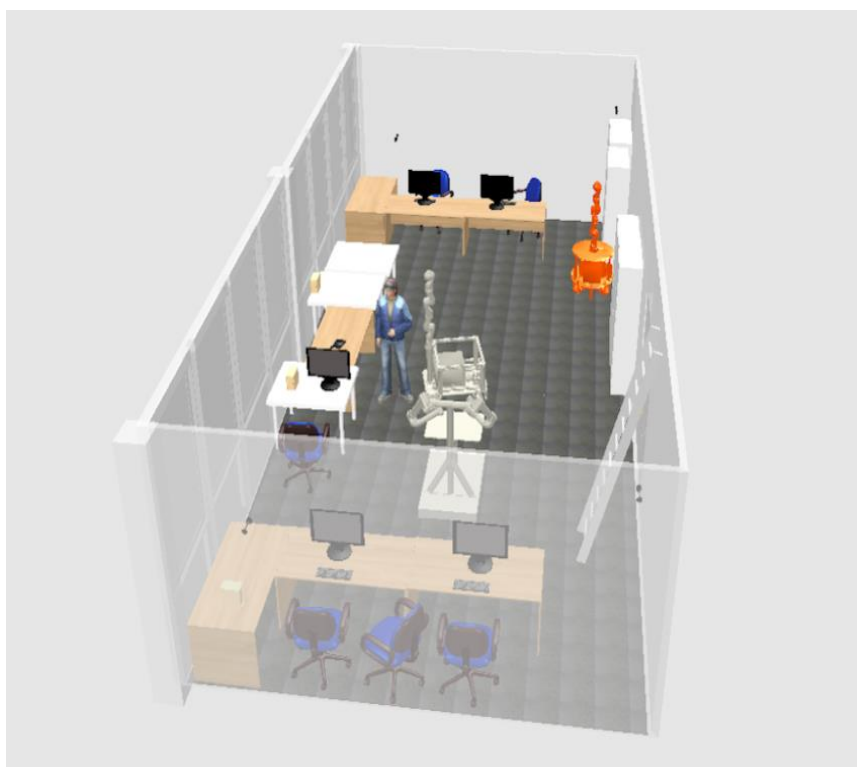
#### **3.4.1 El laboratori**

El Laboratori de Robòtica II es troba a la planta 11 de l'edifici H de l'Escola Tècnica Superior d'Enginyeria Industrial de Barcelona. Té una superfície de  $65\text{m}^2$  i és un dels 4 laboratoris de l'Institut d'Organització i Control de Sistemes Industrials (IOC). El IOC treballa en els àmbits de l'automàtica, la robòtica i l'organització industrial.

Al laboratori hi poden treballar fins a 5 persones que inclouen, tècnics, estudiants de grau, màster i doctorat.



*Figures 7.1 i 7.2. Imatges d'alguns dels robots que es troben al laboratori.*



*Figura 8. Imatge virtual del laboratori on es veu la distribució del mobiliari i dels diferents robots que hi ha.*

### 3.4.2 Pozyx tag

El sistema Pozyx és una solució hardware que ens proporciona informació de la posició i el moviment. Aquest sistema el formen bàsicament 5 mòduls, que són 4 àncores i el tag. Amb la tecnologia de banda ultra ample (ultra-wideband technology) aquest sistema aconsegueix una precisió de posició de pocs centímetres, molt més acurat i barat que altres sistemes de posicionament basats en Wifi, Bluetooth, RFID o GPS, alguns d'ells explicats anteriorment.



*Figura 9. Imatge d'un tag del sistema Pozyx amb la seva caixa.*

Per poder determinar la posició el sistema fa ús de 2 elements: les mesures de la distància des del pozyx a cada antena i la localització d'aquests punts de referència.

Així com, per exemple, el sistema de geolocalització GPS té com a referència una xarxa de satèl·lits, el sistema Pozyx utilitza les antenes emissores que anomenem àncores (anchors) com a sistema de referència.

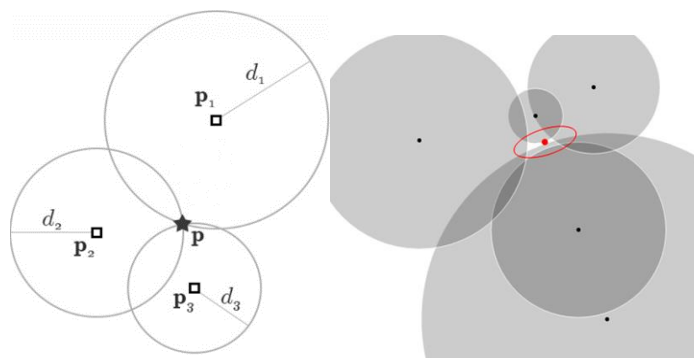
Les àncores s'instalen a les parets del laboratori de manera que no estiguin alineades. És important, doncs, que es trobin en diferents coordenades X,Y i Z. A més, per tal de poder obtenir les dades correctes del sistema Pozyx cal conèixer amb el major nivell de perfecció les coordenades de cada una de les àncores. El tag el col·locarem sobre del robot el qual es vol saber la seva localització dins del laboratori.



*Figura 10. Imatge d'una àncora del sistema Pozyx instal·lada a la paret del laboratori.*

A partir d'aquesta informació, fent ús de les matemàtiques i més concretament de la geometria es pot determinar la posició del Pozyx, que es trobarà a la intersecció de les esferes amb centre a cada àncora, on cada radi es correspondrà amb la distància detectada entre el Pozyx i el punt de referència corresponent. Aquest sistema de localització ja s'ha comentat anteriorment i s'anomena trilateració.

Val la pena comentar que aquestes mesures de la distància sempre són sensibles a petites variacions o sorolls. És per això que les esferes (o cercles si es parla de 2D) poden no interseccionar en un punt concret (com podem observar a la figura 11.2). Llavors el sistema intenta trobar el punt més proper a totes les esferes.



*Figura 11.1 i 11.2. Dibuixos explicatius de com funciona la trilateració.*

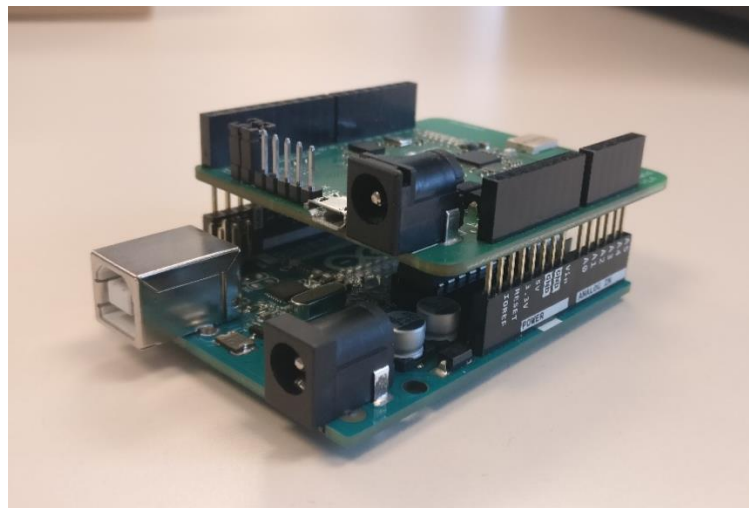


Segons el fabricant, el Pozyx és un dels millors sistemes de posicionament a l'interior d'una habitació si el comparem amb altres sistemes que utilitzen senyals de Bluetooth, Wi-Fi o GPS.



*Figura 12. Dibuix on es veu representat el grau d'error de diferents sistemes de localització.*

El sistema Pozyx pot funcionar per ell mateix o també el podem fer servir juntament amb un Arduino. El fabricant facilita llibreries escrites tant en C com en Python amb alguns exemples per tal que l'usuari es pugui familiaritzar amb aquest dispositiu. Gran part d'aquestes llibreries ja han estat adaptades i modificades per estudiants i personal de l'IOC.



*Figura 13. Imatge del tag Pozyx instal·lat sobre d'una placa Arduino.*



### 3.4.3 Programari utilitzat

Els programes encarregats d'obtenir les dades emeses per el Pozyx ja estan creats en diferents llibreries que el departament ha proporcionat per tal de poder realitzar aquest treball.

Per altra banda, per tal d'analitzar les dades obtingudes s'utilitzaran indistintament els programes Matlab/Octave segons la disponibilitat que tinguem de cadascun. Aquests programes ofereixen un bon entorn per tal d'obtenir conclusions respecte la qualitat de les dades i a la vegada permet simular l'algorisme proposat a partir d'un llenguatge senzill

### 3.5 Descripció de la operativa per la obtenció de la localització del tag

Per començar s'han instal·lat les àncores i s'ha anotat les coordenades de cadascuna.



*Figura 14. Perspectiva diferent del laboratori amb les àncores del sistema Pozyx encerclades.*

Seguint el criteri de la Figura 8:

Àncora	Coordenades [mm]		
	X	Y	Z
1	0	0	2178
2	4608	0	2823
3	4578	11690	2430
4	0	11690	1655

Seguidament es connecta el *tag* a un Arduino, on s'hi carregarà un programa que anirà demanant al *tag* totes les dades necessàries. Aquestes dades obtingudes a partir de l'Arduino es podrien processar en el mateix Arduino, però la capacitat de càlcul d'un Arduino és molt reduïda comparada amb la d'un ordinador del laboratori. És per aquesta raó que el procediment utilitzat consisteix en enviar les dades a l'ordinador per tal de fer un processat més complex.

Tot i que el procediment utilitzat en el treball és el que s'ha comentat, també existeix la possibilitat de no utilitzar l'Arduino i que hi hagi una comunicació directe entre el *tag* i l'ordinador que podria executar un programa que faci ús de la llibreria ja subministrada per el fabricant.

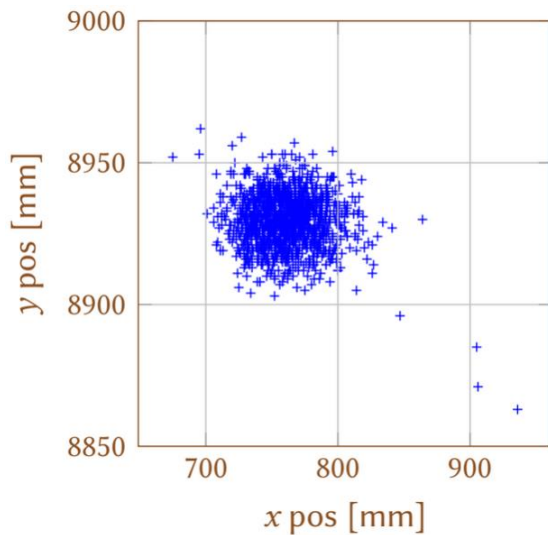
A més, el sistema Pozyx també permet consultar la posició de *tags* remots, és a dir, *tags* que no estiguin connectats a l'ordinador o a l'Arduino a través d'un *tag* que si que hi estigui connectat.

Seguidament, s'explicaran les condicions en què es va estudiar el comportament del hardware Pozyx de manera que es pugui determinar la qualitat i característiques de totes les dades que aquest dispositiu ens facilita. A més, també es comentarà quines són les explicacions teòriques que han portat a acabar de definir L'algorisme que finalment s'utilitzarà per tal de millorar la precisió de les dades rebudes.

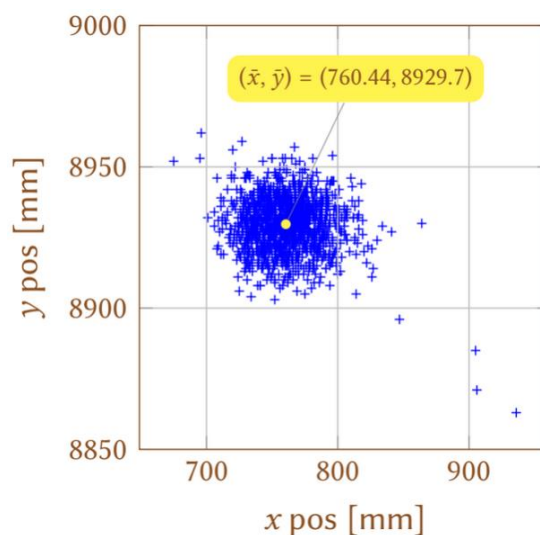
## 4. Aspectes teòrics

### 4.1 Introducció

Inicialment, suposem ja hem configurat tot el sistema Pozyx i ens disposem a analitzar les dades de posició del *tag* en temps real. Si es parteix de la base que es disposa d'un núvol de punts que són les dades emeses per el dispositiu quan el robot està aturat (gràfic 1.1), trobar la millor aproximació pot ser tan senzill com trobar la mitjana de totes les dades (gràfic 1.2).



Gràfic 1.1. Dades de posició rebudes quan el tag es troba en un punt quiet.



Gràfic 1.2. Es pot observar la mitja aritmètica de les coordenades  $x$  i  $y$  de tots els punts rebuts.

$$(\bar{x}, \bar{y}) = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N (x_k, y_k)$$

Val la pena comentar que es podria donar el cas que totes les dades obtingudes estiguessin desplaçades un valor constant i per tant la mitjana també ho estaria.

Aquest problema es pot solucionar realitzant un estudi previ de les dades obtingudes quan la posició és coneguda.

Si no es vol esperar a tenir totes les dades, es pot anar actualitzant la estimació de la posició a mesura que anem rebent les dades. D'aquesta manera el procés que es pot aplicar per actualitzar cada una de les variables seria com el proposat a continuació. En aquest cas, les  $x$  representen la estimació de la posició real i les  $z$  són les dades que van arribant a temps real.

$$\left. \begin{aligned} \hat{x}_1 &= z_1 \\ \hat{x}_2 &= \frac{z_1 + z_2}{2} = \frac{1}{2} \cdot \hat{x}_1 + \frac{1}{2} \cdot z_2 \\ \hat{x}_3 &= \frac{z_1 + z_2 + z_3}{3} = \frac{2}{3} \cdot \hat{x}_2 + \frac{1}{3} \cdot z_3 \\ \hat{x}_4 &= \frac{z_1 + z_2 + z_3 + z_4}{4} = \frac{3}{4} \cdot \hat{x}_3 + \frac{1}{4} \cdot z_4 \end{aligned} \right\}$$

Es pot observar que cada actualització de la aproximació es pot expressar com una funció de l'aproximació anterior i la nova dada rebuda. En general, l'algorisme seria el següent:

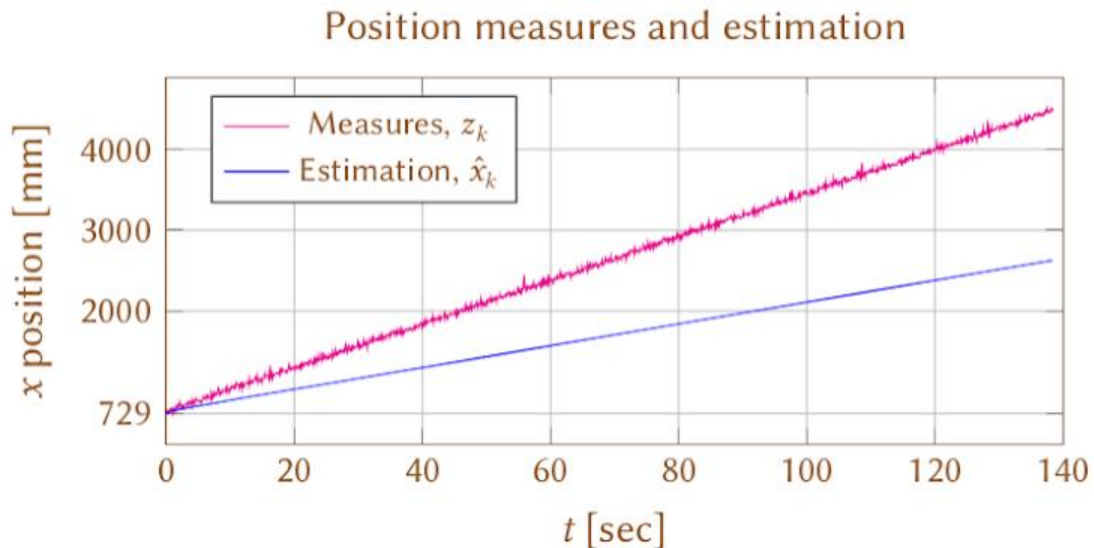
$$\hat{x}_k = \frac{k-1}{k} \cdot \hat{x}_{k-1} + \frac{1}{k} \cdot z_k$$

Aquest algorisme és força senzill i a més fàcil d'aplicar. Tot i així, se li poden fer un seguit d'observacions importants. Tenint en compte que l'algorisme es pot expressar com:

$$\hat{x}_k = A \cdot \hat{x}_{k-1} + B \cdot z_k \quad \text{on} \quad A = \frac{k-1}{k} \quad \text{i} \quad B = \frac{1}{k}$$

Es pot observar que per una  $k$  elevada el factor  $B$  serà pràcticament 0 i el  $A$  serà molt proper a 1, cosa que provoca que els valors de les noves dades siguin ignorats i que la nova aproximació sigui molt semblant a la anterior. Això no permet a la resposta reaccionar davant d'un canvi o pertorbació imprevist. A més, aquest sistema no permet diferenciar les dades que es poden considerar bones de les dolentes.

Per acabar, és evident que si el robot està en moviment no es pot aproximar la seva posició fent només la mitjana de totes les dades de posició rebudes, ja que a mesura que passi el temps no podrem saber quin es el grau d'error que s'arrossega i el resultat final pot ser molt diferent que la realitat.



*Gràfic 2. Representació de les mesures i la estimació calculada quan tenim un moviment rectilini accelerat.*

Per tant, es pot afirmar que l'algorisme no satisfà les necessitats d'aquest treball. S'haurà de cercar una altra solució.

## 4.2 El Filtrat de Kalman

### 4.2.1 Introducció

El filtrat de Kalman és un algorisme desenvolupat pel matemàtic i enginyer Rudolf Emil Kálmán al 1960. El filtre de Kalman és un algorisme que permet obtenir una estimació (òptima) de l'estat d'un sistema dinàmic a partir d'un model matemàtic d'aquest sistema i unes mesures de la sortida, subjectes a incertesa de tipus gaussià. És un procés matemàtic iteratiu que a partir d'un seguit d'equacions i d'unes entrades de dades permet estimar el valor correcte d'una determinada magnitud que es vol mesurar. Al tractar-se d'un procés recursiu les noves mesures poden ser tractades a mesura que van arribant.



*Figura 15. Rudolf Emil Kálmán. (font: Wikipedia)*

De forma genèrica aquest filtre s'encarrega d'actualitzar iterativament la millor aproximació d'una variable (o més d'una) a mesura que va rebent dades que una certa incertesa que es pot modelar com a una variable aleatòria gaussiana amb una mitja nul·la i una certa variància. El filtre per altra banda realitzarà una predicció del valor de la següent iteració basant-se amb un model. Utilitzant l'error que tenen les dades que arriben i l'error d'aquesta predicció el filtrat de Kalman donarà més importància a la nova dada o a la nova predicció segons tinguin més o menys error en comparació l'un amb l'altre. D'aquesta manera l'algorisme va actualitzant la

aproximació de manera que cada vegada sigui més similar al valor real. A la bibliografia s'inclou una referència a un parell d'articles que parlen més profundament sobre aquest algorisme.

L'aplicació d'aquest algorisme en l'era espacial dels anys 60 va permetre resoldre problemes de trajectòria i control de càpsules espacials ja que ofereix una alta qualitat de precisió i eficiència en la navegació de les naus espacials. A més, aquest sistema també s'utilitza en sistemes de control més moderns com els sistemes de seguiment i navegació de vehicles, robòtica, orientació i fins i tot en el món de les finances.

#### 4.2.2 L'estructura general

En la següent imatge podem observar de forma genèrica com funciona l'algorisme de Kalman.

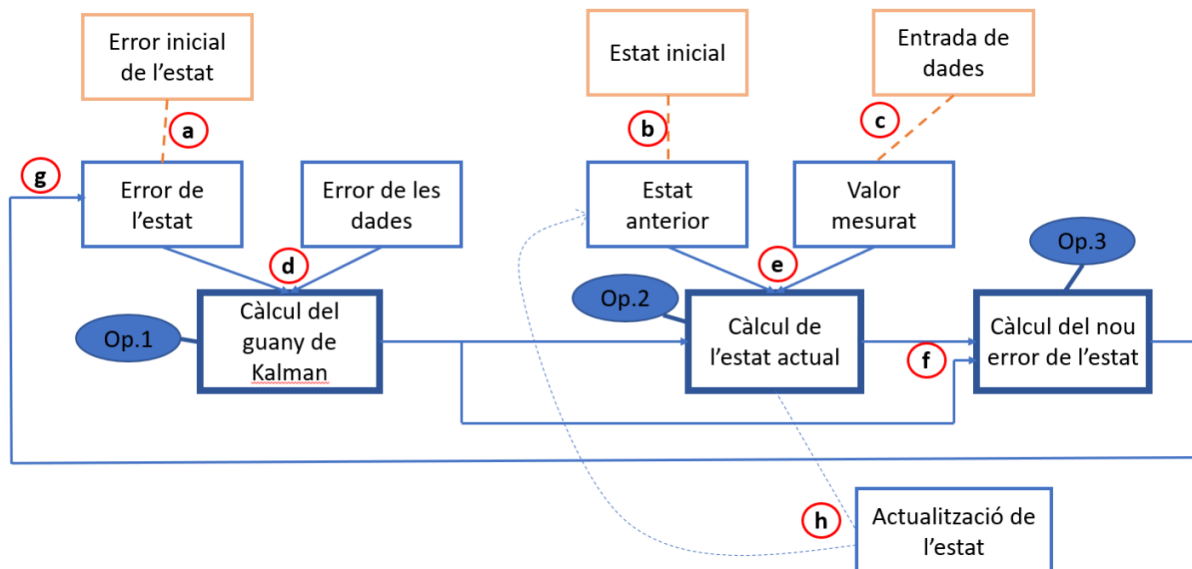


Figura 16. Representació per blocs de l'algorisme de Kalman

L'algorisme s'inicia amb una estimació inicial de les variables de les quals es vol aproximar el valor. A aquesta estimació se l'anomena estat i es començarà definint-ne un valor inicial (b) i un error (a). Cada iteració de l'algorisme estarà formada per la seqüència de les tres operacions que s'observen a la figura. Per cada entrada d'una nova dada (c), es calcularà inicialment un valor anomenat guany de Kalman (d). Amb aquest guany de Kalman es calcularà la nova aproximació del valor de les variables. Aquest procés s'anomena càlcul de l'estat actual i és bàsicament una combinació entre el valor de l'estat anterior i el valor de la nova dada que ha entrat. El guany de Kalman serà el responsable de determinar quin dels dos valors té més pes en aquesta operació (e). Un cop s'obté la nova aproximació de les variables (que s'anomena estat actual) cal calcular-ne el seu error. Aquest procediment es farà tenint en compte el valor de l'error de l'estat anterior i també el guany de Kalman (f). Amb aquest càlcul de l'error de l'estat es pot tornar a inicialitzar l'algorisme (g) i així s'anirà fent iterativament. Sempre que es vulgui saber quina és la millor aproximació que tenim de les variables que s'estan analitzant a temps real es pot consultar el valor de l'estat actual (h).

#### 4.2.3 Dades necessàries

Per tal de poder aplicar un filtrat de Kalman és necessari conèixer una sèrie de dades del sistema. A continuació es descriuen les dades necessàries i també s'afegeix a mode d'exemple quines són aquestes dades si l'objectiu del filtrat és el satisfer les necessitats d'aquest treball, és a dir, millorar les dades de posicionament del sistema Pozyx.

Per començar, s'ha de saber quin és l'error o incertesa de les dades mesurades. En el cas referent a aquest treball es tracta de les dades posicionament que es reben del Pozyx. Aquest error es considera constant a tot el laboratori i serà necessari per tal de calcular el guany de Kalman a cada iteració.



Per inicialitzar l'algorisme també és necessari aproximar l'estat inicial del sistema. Aquesta aproximació podria ser qualsevol ja que a la llarga el filtrat proporciona el mateix resultat. Tot i així, convé que sigui el més exacta possible per tal d'augmentar la velocitat amb la que el sistema convergeix. Aquesta aproximació serà la mitjana de les dades que s'obtenen abans que el robot iniciï el moviment, ja que es considera que després d'esperar un interval de temps suficient, la mitjana de les dades proporciona una molt bona aproximació de la posició real.

Finalment és necessari conèixer com actualitzar l'estat a partir de l'estat anterior. Concretament es tracta d'actualitzar la posició del robot a partir de la posició anterior i altres dades que ens siguin necessàries. En el aquest cas, el sistema Pozyx ens ofereix les dades de l'acceleració del sensor instal·lat en el *tag*. D'aquesta manera podem considerar el robot com a sistema dinàmic i utilitzar les lleis de Newton per predir el seu moviment.

#### 4.2.4 Algorisme a implementar

##### **Introducció matemàtica**

Per explicar quines són les operacions que es realitzen de forma iterativa en el algorisme de Kalman es començarà explicant els principis teòrics que acaben portant a la definició d'aquestes operacions. En aquesta explicació matemàtica considerarem que les variables només tenen una dimensió. En el cas que tinguem més d'una dimensió les equacions s'hauran d'utilitzar igual però de forma matricial.

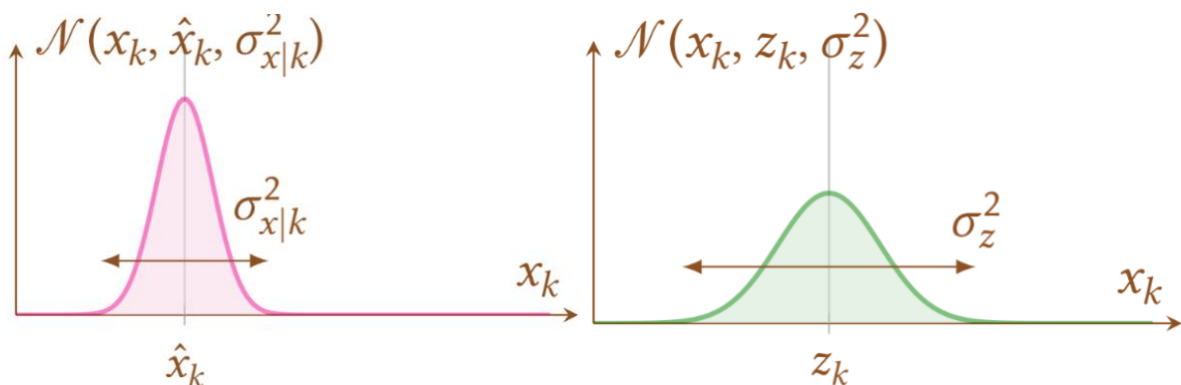
Per començar, es defineix la informació necessària per poder aplicar el filtrat de Kalman.

L'estat és la primera informació. L'estat és una variable amb incertesa, no es pot saber segur quin és el seu valor real. De manera que s'usarà la distribució gaussiana per tal

de definir aquesta variable. Per tant, es treballarà amb una mitjana i una variància que caracteritzaran l'estat.

$$N(x, \mu_x, \sigma_x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_x^2}} e^{-\frac{(x-\mu_x)^2}{2\sigma_x^2}}$$

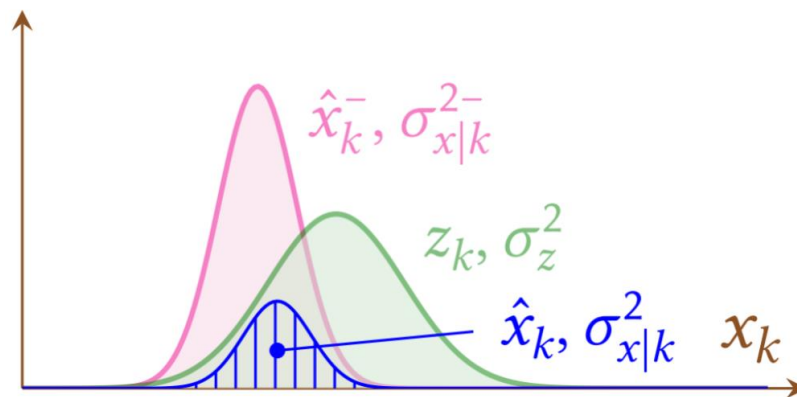
Per altra banda, hi ha les dades mesurades. D'aquestes dades es pot conèixer prèviament el seu error (que es pot anomenar variància) si se'n fa un estudi previ. La seva mitjana serà molt propera al valor real, podria ser que estigués desviada algun valor constant que es podria determinar prenent dades en una posició coneguda. Així doncs, es disposa de dues distribucions normals de valors, una que fa referència a l'estat que es va actualitzant a mesura que passa el temps i l'altra és la font de dades. Per tant, partim de dues informacions que podem representar com en els gràfics 3.1 i 3.2. Aquestes dues informacions aparentment són igual de correctes, ja que les dues intenten aproximar el valor de l'estat però a simple vista no es pot determinar quina d'elles és més correcta que l'altra.



*Gràfic 3.1 i 3.2. Representació de la distribució de les dades mesurades i de l'estat.*

Així que es disposa de dues variables aleatòries que teòricament les dues són correctes. Fent ús d'aquestes dades, l'objectiu es combinar aquestes dues fonts d'informació per tal de produir una millor estimació de l'estat. Com que les dues

variables són estadísticament independents, la seva probabilitat conjunta és el seu producte. D'aquesta manera s'obté una nova distribució normal que serà una combinació de les dues amb la seva nova variància i la seva nova mitjana.



Gràfic 4. Dibuix de la variable conjunta fruit del producte entre les dues distribucions anteriors.

A partir de les següents equacions es pot expressar la nova mitjana i variància en funció de les mitjanes i variàncies de l'estat i les dades (podem veure les especificacions matemàtiques al document inclòs a la bibliografia):

$$\hat{x}_k = \frac{\sigma_z^2 \cdot \hat{x}_k^- + \sigma_{x|k}^{2-} \cdot z_k}{\sigma_{x|k}^{2-} + \sigma_z^2} \quad \sigma_{x|k}^2 = \frac{\sigma_{x|k}^{2-} \cdot \sigma_z^2}{\sigma_{x|k}^{2-} + \sigma_z^2}$$

El guany de Kalman es defineix com

$$K_k = \frac{\sigma_{x|k}^{2-}}{\sigma_{x|k}^{2-} + \sigma_z^2}$$

És a dir, com ja s'ha comentat prèviament el guany és funció de la variància de les dades i de la variància de l'estimació de l'estat. A partir de la definició del guany de

Kalman es pot expressar la nova mitjana i la nova variància d'una forma molt més simple. És per aquesta raó que la primera operació que es realitza en l'algorisme de Kalman és determinar el guany de Kalman a partir de l'error de les dades i l'error de l'estat.

Quan es substitueix el guany de Kalman a l'equació... s'obté la segona operació de l'algorisme de Kalman, que consisteix en estimar l'estat actual a partir de la estimació anterior i de les noves mesures.

$$\hat{x}_k = (1 - K_k) \cdot \hat{x}_k^- + K_k \cdot z_k = \hat{x}_k^- + K_k \cdot (z_k - \hat{x}_k^-)$$

Finalment, si es repeteix el procés de substitució a l'equació ... s'actualitza l'error de l'estat, i això és precisament el que s'ha de fer a la operació 3 de l'algorisme de Kalman.

$$\sigma_{x|k}^2 = (1 - K_k) \cdot \sigma_{x|k}^{2-} = \sigma_{x|k}^{2-} - K_k \cdot \sigma_{x|k}^{2-}$$

El valor de  $\hat{x}_k^-$  és el resultat de actualitzar l'estat. Depèn de quina sigui la variable amb la que es treballa, l'estat actualitzat es pot expressar com a funció de l'estat anterior i altres variables que el sistema ens pot proporcionar.

### **Aplicació al nostre sistema**

Com s'ha explicat anteriorment, aquest treball es limita a millorar les dades de posició quan un robot es mou en 2D (x i y). Per tal de poder determinar com evoluciona la posició del robot i per tant poder actualitzar l'estat fa falta conèixer constantment la seva posició  $\vec{p} = (p_x, p_y)$  i la velocitat  $\vec{v} = (v_x, v_y)$ . Per tant, es prenen com a variables d'estat la posició i la velocitat del robot. A més, per poder actualitzar l'estat a cada

iteració farà falta el factor que modifica aquest estat. Aquest factor és l'acceleració. Per acabar, definim les ja conegudes equacions de moviment:

$$\begin{aligned}\vec{p}_k &= \vec{p}_{k-1} + \vec{v}_{k-1} \cdot \Delta t + \frac{1}{2} \vec{a}_k \cdot \Delta t^2 \\ \vec{v}_k &= \vec{v}_{k-1} + \vec{a}_k \cdot \Delta t\end{aligned}$$

Així doncs, les variables d'estat es col·loquen en un vector vertical definit com:

$$\hat{\mathbf{x}}_k = \begin{pmatrix} p_x \\ p_y \\ v_x \\ v_y \end{pmatrix}_k$$

Amb l'objectiu de simplificar les expressions, es defineix la matriu de transició d'estat  $\mathbf{F}$  i la matriu de entrada  $\mathbf{B}$ . La matriu  $\mathbf{F}$  s'encarrega de modificar l'estat anterior i la  $\mathbf{B}$  de modificar la entrada. Aquestes dues modificacions donen lloc al nou estat del sistema. Així doncs la actualització de l'estat queda definit com:

$$\hat{\mathbf{x}}_k = \mathbf{F} \cdot \hat{\mathbf{x}}_{k-1} + \mathbf{B} \cdot \mathbf{u}_k$$

Per tal de caracteritzar l'error o incertesa de l'estat definim la matriu de covariàncies d'estat  $\mathbf{P}$ :

$$\mathbf{P}_k = \begin{pmatrix} \sigma_{x_1}^2 & c_{x_1 x_2} & \cdots & c_{x_1 x_n} \\ c_{x_2 x_1} & \sigma_{x_2}^2 & \cdots & c_{x_2 x_n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ c_{x_n x_1} & c_{x_n x_2} & \cdots & \sigma_{x_n}^2 \end{pmatrix}$$

$\sigma_{x_i}^2 = E \{(x_i - \bar{x}_i)^2\}$ , le  $\sigma_{x_i}^2$  és la variància de la variable  $x_i$  que es defineix com

El valor  $c_{x_i x_j}$  és la covariància entre el valor de  $x_i$  i  $x_j$ . La definim com a

$$c_{x_i x_j} = E \{(x_i - \bar{x}_i)(x_j - \bar{x}_j)\}$$

Així doncs, es defineix l'actualització de la matriu de covariàncies a partir de la matriu F, que és l'encarregada de realitzar la transició entre estats. D'aquesta manera s'obté la nova matriu de covariàncies a partir de la mateixa matriu a l'estat anterior.

$$\mathbf{P}_k^- = \mathbf{F} \cdot \mathbf{P}_{k-1} \cdot \mathbf{F}^T$$

Per aquest cas concret, aplicant les equacions de moviment esmentades prèviament es poden actualitzar les variables d'estat seguint la següent expressió matricial:

$$\begin{pmatrix} p_x^- \\ p_y^- \\ v_x^- \\ v_y^- \end{pmatrix}_k = \underbrace{\begin{pmatrix} 1 & 0 & \Delta t & 0 \\ 0 & 1 & 0 & \Delta t \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}}_{\mathbf{F}} \cdot \begin{pmatrix} p_x \\ p_y \\ v_x \\ v_y \end{pmatrix}_{k-1} + \underbrace{\begin{pmatrix} \Delta t^2/2 & 0 \\ 0 & \Delta t^2/2 \\ \Delta t & 0 \\ 0 & \Delta t \end{pmatrix}}_{\mathbf{B}} \cdot \begin{pmatrix} a_x \\ a_y \end{pmatrix}_k$$

Com que per aquest treball el que interessa de les variables que s'han definit és només la posició, es defineix la matriu H que l'anomenarem matriu d'observació. Aquesta matriu s'encarrega d'extreure del vector de variables les coordenades de posició, que son les que realment el sistema Pozyx pot calcular per separat.

$$\hat{\mathbf{x}}_k \rightarrow \mathbf{H} \cdot \hat{\mathbf{x}}_k^-$$

$$\begin{pmatrix} p_x^- \\ p_y^- \end{pmatrix}_k = \underbrace{\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}}_{\mathbf{H}} \cdot \begin{pmatrix} p_x^- \\ p_y^- \\ v_x^- \\ v_y^- \end{pmatrix}_k$$

Per tal d'obtenir les covariàncies rellevants, és a dir, l'error de l'estat, també es farà ús de la matriu H:

$$\mathbf{P}_k^- \rightarrow \mathbf{H} \cdot \mathbf{P}_k^- \cdot \mathbf{H}^T$$

Finalment, es tradueixen les expressions que s'han definit prèviament per l'aplicació del filtrat de Kalman per una dimensió al cas concret que ocupa aquest treball, de manera que queda definit matricialment el guany de Kalman, l'actualització de l'estat i l'actualització de la nova incertesa de l'estat.

$$\left. \begin{aligned} \mathbf{K}_k &= \cancel{\mathbf{H}} \cdot \mathbf{P}_k^- \cdot \mathbf{H}^T \cdot (\mathbf{H} \cdot \mathbf{P}_k^- \cdot \mathbf{H}^T + \mathbf{R})^{-1} \\ \cancel{\mathbf{H}} \cdot \hat{\mathbf{x}}_k &= \cancel{\mathbf{H}} \cdot \hat{\mathbf{x}}_k^- + \mathbf{K}_k \cdot (\mathbf{z}_k - \mathbf{H} \cdot \hat{\mathbf{x}}_k^-) \\ \cancel{\mathbf{H}} \cdot \mathbf{P}_k^- \cdot \cancel{\mathbf{H}}^T &= \cancel{\mathbf{H}} \cdot \mathbf{P}_k^- \cdot \cancel{\mathbf{H}}^T - \mathbf{K}_k \cdot \mathbf{H} \cdot \mathbf{P}_k^- \cdot \cancel{\mathbf{H}}^T \end{aligned} \right\} \begin{aligned} \mathbf{K}'_k &= \mathbf{P}_k^- \cdot \mathbf{H}^T \cdot (\mathbf{H} \cdot \mathbf{P}_k^- \cdot \mathbf{H}^T + \mathbf{R})^{-1} \\ \hat{\mathbf{x}}_k &= \hat{\mathbf{x}}_k^- + \mathbf{K}'_k \cdot (\mathbf{z}_k - \mathbf{H} \cdot \hat{\mathbf{x}}_k^-) \\ \mathbf{P}_k &= \mathbf{P}_k^- - \mathbf{K}'_k \cdot \mathbf{H} \cdot \mathbf{P}_k^- \end{aligned}$$

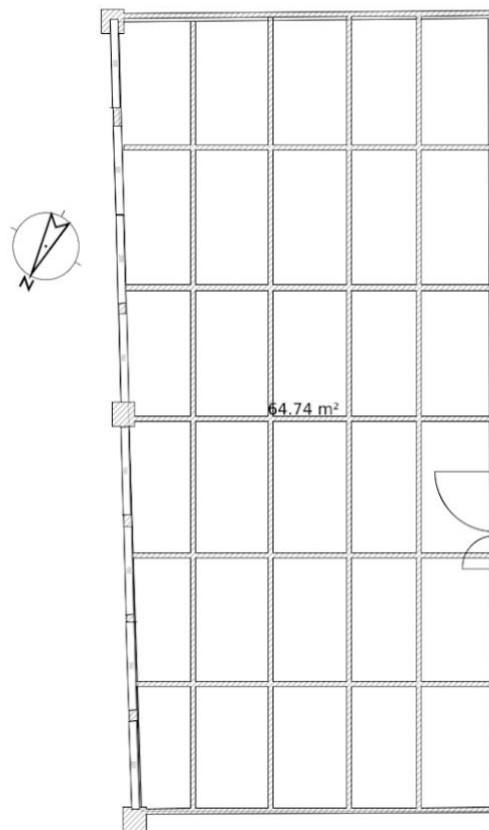
## 5. Caracterització de les dades

### 5.1 Metodologia

Per tal de tenir informació sobre les dades de posició que emet el Pozyx i conèixer quins factors poden influir en les seves característiques s'han realitzat dos procediments per determinar, per una banda si la variabilitat de les dades canvia en funció de la zona on es prenen les dades per l'altra si els diferents elements del laboratori tenen alguna influència en la qualitat de les dades.

Per saber si les característiques varien segons la localització de l'aparell dins del laboratori, es divideix el laboratori per zones i s'agafen les dades a cadascuna d'aquestes zones. El laboratori es divideix en sis files i quatre columnes, i cada zona s'identifica amb la notació ***n.m***, on ***n*** es la fila i ***m*** la columna on es troba la zona.





*Figura 17. Planta del laboratori amb la divisió de les zones que s'han analitzat per separat.*

En cada zona de l'habitació es van prendre dades d'una posició fixa durant un minut i mig. Aquesta posició es va mesurar amb un làser per poder detectar si les mesures estaven desviades i tenien algun error constant de posicionament.

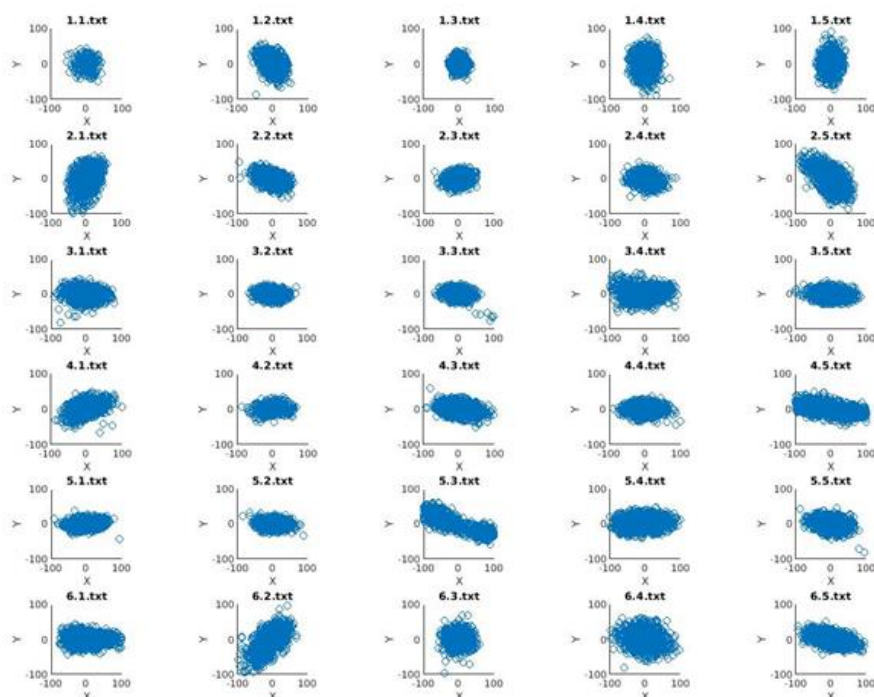
Per altra banda, per determinar si els diferents objectes que hi ha a laboratori tenien alguna influència en la precisió de les dades enviades pel Pozyx es van observar els resultats enviats per l'aparell en una localització constant i variant l'entorn. L'altura a la que es va fixar el Pozyx és la mateixa a la que acostuma a treballar quan es troba col·locat en el robot.



*Figura 18.1 i 18.2. Distribució dels robots i objectes del laboratori per tal d'analitzar la influència d'aquesta amb la qualitat de les dades de posició rebudes.*

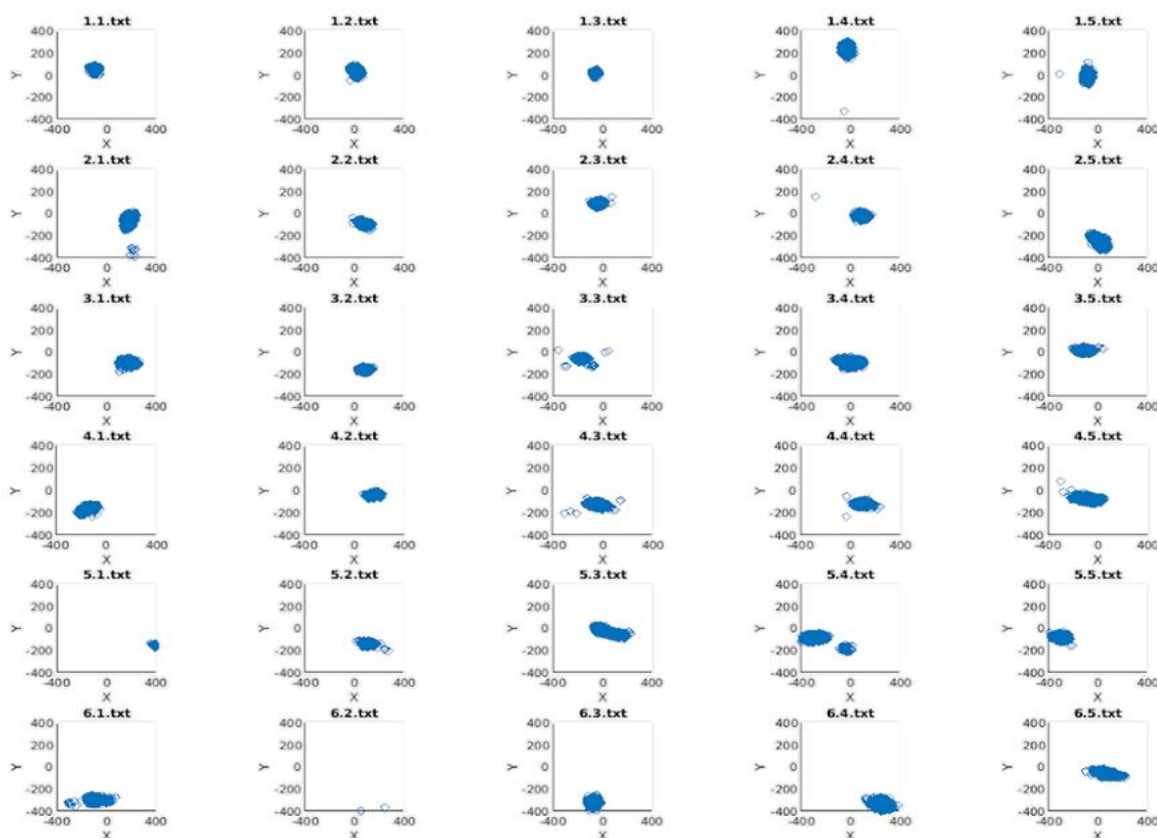
## **5.2 Resultats de les característiques de les dades**

Per representar gràficament els resultats obtinguts es realitzen dues representacions. En la primera es representa gràficament la diferència de cada punt obtingut amb la mitjana de tots ells, així es podrà veure la variació de les dades respecte la seva mitjana.



*Gràfic 5. Taula de gràfics on es pot observar la diferencia entre la mitjana i totes les dades de posició de cada zona del laboratori.*

En la segona gràfica es compara la diferencia entre la posició calculada mitjançant un dispositiu làser i les dades obtingudes. S'ha de tenir en compte que en aquest cas l'escala dels gràfics és superior ja que hi ha un desplaçament de la mitjana dels resultats en comparació a la posició calculada amb làser més significativa. Això pot crear la falsa aparença de que la variabilitat és menor, però no és el cas. Es podria dir que la precisió és menor però els resultats segueixen sent igual d'acurats.



*Gràfic 6. Taula de gràfics on es pot observar la diferencia entre la posició considerada real i totes les dades de posició de cada zona del laboratori.*

A continuació es pot veure el programa de Matlab/Octave utilitzat per tal de dibuixar els resultats en la taula de gràfics de dispersió. En les línies de codi marcades es pot veure com els punts representen la diferència entre la posició que considerem real (ja que es va mesurar amb el làser) i les dades obtingudes.

```
pointsx=5;
pointsy=6;

%Plot
figure
for i=1:pointsy
    for j=1:pointsx
        file=strcat(int2str(i),'.',int2str(j),'.txt');
        subplot(pointsy,pointsx,5*(i-1)+j);
        n=size(csvread(file, 1,0));
        n=n(1:1);
        posx_real=csvread(file,0,0,[0,0,0,0]);
        posy_real=csvread(file,0,1,[0,1,0,1]);
        datax=csvread(file,1,3,[1,3,n,3]);
        %realx=csvread(file,0,1,[0,1,0,1]);
        datay=csvread(file,1,4,[1,4,n,4]);
        % Apply mean difference
        dataxnorm=(datax-posx_real);
        dataynorm=(datay-posy_real);
        scatter(dataxnorm(:),dataynorm(:));
        axis square
        set(gca,'xlim',[-400,400],'ylim',[-400,400]);
        title(file);
        xlabel('X');
        ylabel('Y');
    end
end

n1=size(csvread(strcat(int2str(6),'.',int2str(3),'.txt'), 1,0));
n1=n1(1:1);
```

*Figura 19. Codi utilitzat per dibuixar el gràfic 6*

Per acabar l'anàlisi i caracterització de les dades obtingudes analitzarem la variància i covariància de les dades. També s'ha calculat la diferència que hi ha entre la mitjana de les dades i el valor que s'ha considerat real. Els resultats s'han obtingut a partir del tractament de les dades mitjançant el programari de Matlab/Octave que es mostra a la figura 19.

```
%Mean and st deviation of the data
pointsx=5;
pointsy=6;
dades=zeros(30,5);
for i=1:pointsy
    for j=1:pointsx
        file=strcat(int2str(i),'.',int2str(j),'.txt');
        n=size(csvread(file, 1,0));
        n=n(1:1);
        datax=csvread(file,1,3,[1,3,n,3]);
        datay=csvread(file,1,4,[1,4,n,4]);
        dades((i-1)*5+j,1)=mean(datax);
        dades((i-1)*5+j,2)=mean(datay);
        dades((i-1)*5+j,3)=var(datax);
        dades((i-1)*5+j,4)=var(datay);
        a=cov(datax,datay);
        dades((i-1)*5+j,5)=a(1,2);
    end
end
```

Figura 20. Codi utilitzat per obtenir les dades de la Taula 1.

	Mean_x	Valor calculat (làser)	Diferència	Mean_y	Valor calculat (làser)	Diferència	Var_x	Var_y	Covariànci es
1. 1	-623.29	error	error	1793.7	error	error	346.18	315.73	-19.99
1. 2	622.78	error	error	1211.4	error	error	406.77	506.89	-181.96
1. 3	1922.5	1984	61.5	799.15	782	17.15	112.26	164.83	-8.93
1. 4	2588.2	2846	257.8	824.35	928	103.65	293.79	800.27	-25.58
1. 5	3545.9	3628	82.1	662.96	675	12.04	282.18	532.66	15.65
2. 1	264.78	76	188.78	2646.9	2696	49.1	1232.6	1103.1	119.74
2. 2	669.15	405	264.15	2750.2	2840	89.8	533.4	191.78	-127.66
2. 3	2016.6	2049	32.4	2943.6	2846	97.6	342.45	131.97	27.29
2. 4	2475.7	2550	74.3	2893.4	2910	16.6	12185	2120.3	-4778.24
2. 5	3781.7	3756	25.7	2396.9	2652	255.1	794.65	746.69	-457.76

Treball de Final de Grau. ETSEIB, UPC  
*Estudi de la millora del posicionament d'un robot utilitzant el sistema Pozyx*

---

3.	1	36	-148	184	4743.3	4837	93.7	782.33	192.68	-39.69
3.	2	822.06	763	59.06	4854.4	5011	156.6	9924.5	1210.5	3228.97
3.	3	1793.6	1963	169.4	4903.3	4959	55.7	497.01	120.62	-23.22
3.	4	2792.4	2637	155.4	4652.6	4957	304.4	1018.9	189.55	33.08
3.	5	3584.8	3695	110.2	4772	4751	21	888.52	125.89	-36.66
4.	1	-146.23	5	151.23	6283.5	6452	168.5	728.43	257.33	201.98
4.	2	816.18	660	156.18	6829.3	6868	38.7	761.7	138.76	45.77
4.	3	2054.9	error	error	6667.1	6793	125.9	984.59	170.82	-64.32
4.	4	2954.4	2860	94.4	6579.8	6697	117.2	677.76	131.52	-1.30
4.	5	3904.1	3980	75.9	6595.2	6671	75.8	2848.4	216.95	-380.78
5.	1	383.54	-61	444.54	8803	8951	148	1150.9	143.37	-27.28
5.	2	760.44	659	101.44	8929.7	9067	137.3	540.46	86.255	-30.23
5.	3	1912.6	1864	48.6	8988.2	9018	29.8	35233	5265.9	-13371.68
5.	4	1954.5	2243	288.5	8931.3	9018	86.7	7229	1042.6	-2166.70
5.	5	3134.8	3469	334.2	8940	9018	78	737.86	188.7	-81.69
6.	1	-369.73	-280	89.73	10989	11284	295	1570.4	188.37	6.83
6.	2	607.49	594	13.49	10788	11284	496	1314.3	859.45	369.19
6.	3	1656.4	1728	71.6	10966	11284	318	443.18	340.98	-18.73
6.	4	2748.6	2499	249.6	10953	11284	331	1036.4	470.16	-155.85
6.	5	4046.3	3984	62.3	10871	10929	58	1145.1	180.53	-221.82

Mitjanes	123			105	<b>825.79</b>	<b>443.77</b>	<b>-41.69</b>
----------	-----	--	--	-----	---------------	---------------	---------------

*Taula 1*

En aquesta taula es poden observar els resultats obtinguts després de fer una recollida de dades a les diferents zones en les que s'ha dividit el laboratori. S'ha analitzat la diferència entre la posició calculada amb làser i l'obtinguda amb el Pozyx, la variabilitat de les dades tant en la coordenada x com en la coordenada y i finalment la covariància entre aquestes dues variables.

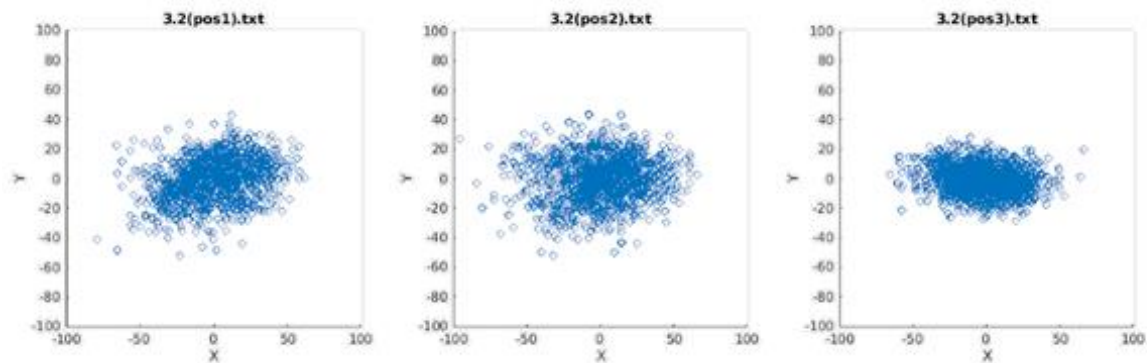
Els valors més elevats en valor absolut se'ls ha considerat anòmals ja que la seva diferència s'ha relacionat amb un error a l'hora de prendre les dades. Aquests valors se'ls ha marcat en vermell i no han tingut cap efecte a l'hora de calcular la mitjana dels resultats.

Considerem doncs que la variància mitjana de la posició en coordenada x és de **825,79mm<sup>2</sup>** i en la coordenada y **443,77mm<sup>2</sup>**. La covariància entre les dues coordenades és de **-41,69**.

### 5.3 Estudi del soroll causat per objectes del laboratori

Quan s'analitzen els resultats obtinguts després de modificar l'entorn al voltant del Pozyx es pot observar per inspecció ocular que els objectes que es troben al seu voltant no influeixen de forma significativa la variància de les dades i la seva qualitat. Es pot veure que els gràfics corresponents a la posició 1 i 2 dels elements al voltant del Pozyx son similars a la posició 3 que es correspon a les dades obtingudes a la mateixa posició quan no hi havia cap element al seu voltant. És important tenir en compte que les dades s'han agafat quan el Pozyx es trobava a l'altura a la que treballarà quan estigui instal·lat al robot. Per tant les conclusions que es puguin extreure d'aquestes dades només es poden aplicar per el Pozyx situat a aquesta altura d'aproximadament 1,6m.





*Gràfic 7.1, 7.2 i 7.3. Dades de posició rebudes quan el tag del Pozyx es troba en una mateixa posició i modifiquem l'entorn.*

## 6. Resultats per simulació

### 6.1 Preparació

Per realitzar una simulació del moviment del robot, s'utilitza les dades que ja s'han obtingut de la posició quan el robot es troba en una posició concreta i s'afegeix una acceleració simulada. D'aquesta manera es podrà determinar si realment l'algorisme funciona correctament i elimina gran part del soroll que tenen les dades que s'obtenen directament del Pozyx.

Assumint que el robot només es desplaçarà en pla XY s'ha de simular el moviment en aquest pla, de manera que es crearan dues acceleracions, una en direcció X i l'altra en direcció Y. també es pot crear una velocitat inicial aleatòria per tal d'obtenir diferents resultats en cada simulació.

Com ja s'ha explicat, la simulació es programarà amb el Matlab/Octave ja que facilita la visualització dels resultats a la vegada que ofereix un entorn de treball fàcil amb les dades obtingudes amb el Pozyx.

### 6.2 Algorisme

L'algorisme que s'implementa és el que ja s'ha explicat anteriorment. Tot i així, s'han d'afegir de forma artificial una velocitat inicial i un acceleració per simular el moviment del robot. És important simular correctament les dades de posició que es reben del Pozyx de manera que les característiques d'aquestes dades siguin el màxim de similars a les que es rebran en un moviment real. Per aconseguir aquest propòsit s'aplicarà un moviment a les dades corresponents a una de les posicions fixes que s'han agafat en el procés de caracterització de les dades comentat anteriorment.

A continuació s'expliquen de forma detallada els diferents passos que segueix l'algorisme implementat.

Per començar es carreguen les dades del punt 4.3 (elegit aleatòriament) i es guarden en la variable *z* les coordenades *x* i *y* rebudes.

```
load -v7 4.3.mat  
z = pos_llegides(:,1:2);
```

Ara es calcula la mitjana de la posició de les 10 primeres mostres per tal de tenir un valor orientatiu amb el qual poder començar. També calculem la variància i covariància de les dades.

```
xo = mean(z(1:10,1:2));  
R = cov(z);
```

Seguidament, es crea un vector de temps definint *dt* com 100ms, que és l'interval de refresc del Pozyx.

```
dt = 0.1;  
t = (0:dt:dt*(length(z)-1))';
```

També es defineix una velocitat inicial tant en direcció *x* com en direcció *y* i se li afegeix un element aleatori per tal d'obtenir diferents resultats per cada simulació.

```
vo = [20 60] + 5*randn(1,2);  
  
a = ones(size(t))*[-3, 2];  
tmax = max(t);  
index = find(t<tmax/2);  
a(index,1:2)=a(index,1:2)*zeros(2);  
index = find(t>3*tmax/4);  
a(index,1:2)=a(index,1:2)*zeros(2);  
index = find(t<tmax/4);  
a(index,2) = -5*bartlett(length(index));  
index = intersect(find(t<6*tmax/16), find(t>tmax/16));  
a(index,1) = 1.5*hanning(length(index));
```

Es calculen els vectors velocitat i posició de tot el moviment. Aquí és on podem observar que realment la variabilitat de la variable *z* es manté, ja que només li estem sumant un valor de desplaçament.

```
v = vo + cumsum(a)*dt;  
z = z + cumsum(v)*dt;  
  
xmm = zeros(size(z));  
xmm(1,:) = z(1,:);  
for n=2:length(z),  
    xmm(n,:) = (n-1)/n * xmm(n-1,:) + z(n,:)/n;  
endfor
```

A partir d'ara s'aplica el filtrat de Kalman. Es defineix i inicialitza  $x$ , que es correspon amb l'estat de Kalman. Com ja s'ha explicat, l'estat és  $[pos\_X, pos\_Y, vel\_X, vel\_Y]$ . El valor inicial de les coordenades de posició és la mitjana dels 10 primers valors que ja s'ha calculat anteriorment. Això es fa així perquè es considera que abans d'iniciar el moviment es podran acumular dades de la posició inicial del robot.

```
x = zeros(length(z),4);  
  
x(1,:) = [xo vo];  
  
P = diag([20;20;5;5]);
```

Seguidament es defineixen les matrius ja explicades anteriorment que són necessàries per realitzar les iteracions del filtrat.

La matriu de transició d'estat,

```
F = [eye(2) dt*eye(2);  
     zeros(2) eye(2)];
```

la matriu d'entrada,

```
B = [1/2*dt^2 0;  
     0 1/2*dt^2;  
     dt 0;  
     0 dt];
```

i la matriu d'observació,

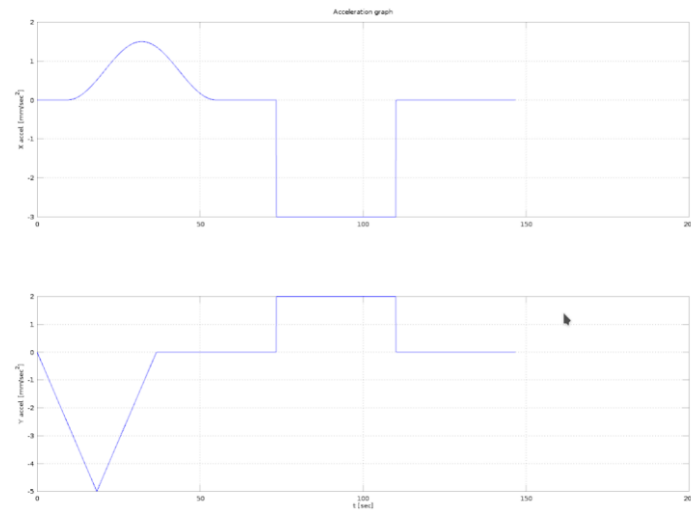
```
H = [eye(2) zeros(2)];
```

I s'aplica el procés iteratiu que inclou la fase de predicció del nou estat i la seva incertesa i la fase d'actualització i correcció de l'estat tenint en compte les mesures i el guany de Kalman.

```
for n = 2:length(z),  
    x(n,:) = ((F*x(n-1,:))' + B*a(n,:))';  
    P = F*P*F';  
    K = P*H'*inv(H*P*H'+R);  
    aux = x(n,:);  
    aux = aux + K*(z(n,:)'-H*aux);  
    x(n,:) = aux';  
    P = P - K*H*P;  
endfor
```

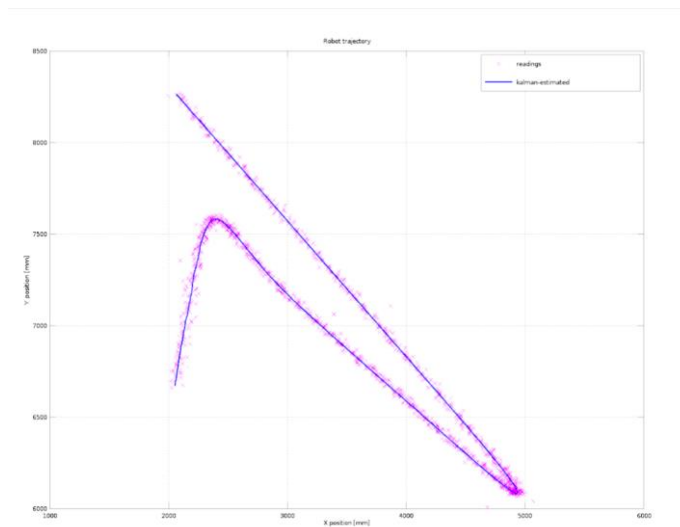
## 6.3 Resultats

L'acceleració que hem introduït de forma bastant aleatòria presenta la següent gràfica. Com es pot observar, el moviment està format per acceleracions nul·les, constants, creixents i decreixents seguint diversos patrons, tant en direcció X com en direcció Y.



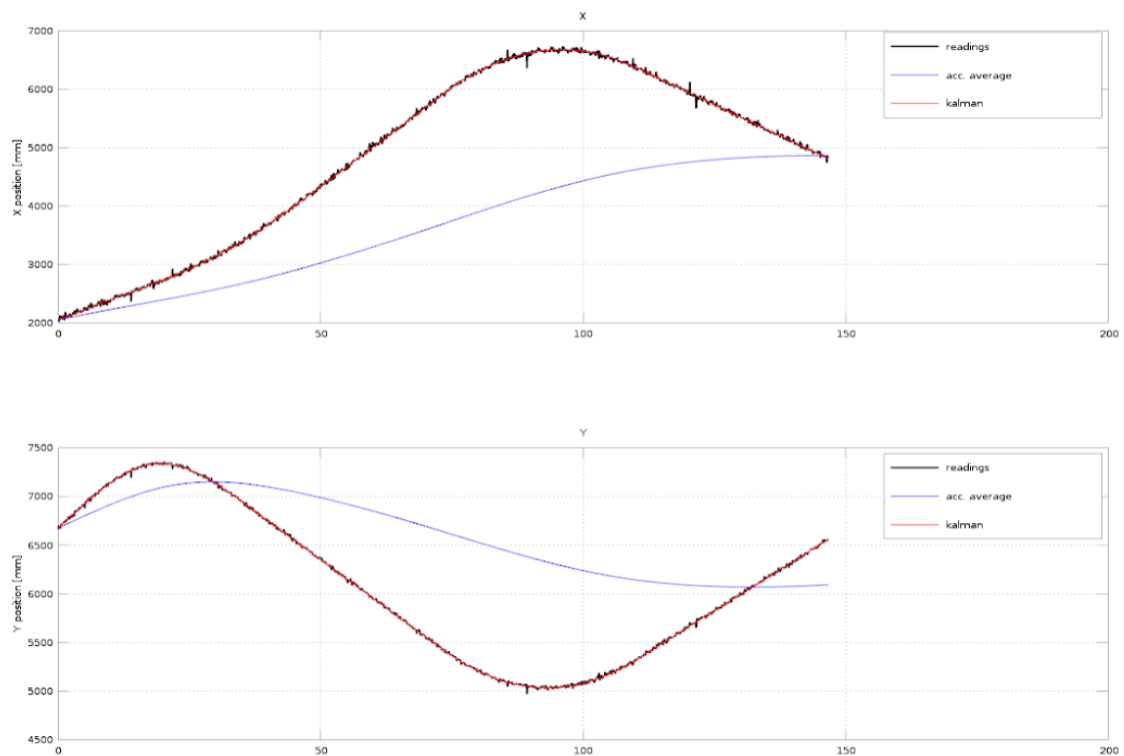
*Gràfic 8. Representació de la acceleració simulada en direcció X (superior) i Y (inferior).*

En el gràfic que trobem a continuació es poden observar en color rosa les lectures de posició que entren a l'algorisme de Kalman. Amb aquestes lectures el filtrat fa la seva estimació de la posició real de l'aparell i els resultats els trobem dibuixats en color blau. Es pot observar com aquests resultats segueixen una línia nítida i clara que es correspon de forma molt bona amb el recorregut real de l'aparell en moviment virtual sobre el pla XY.



*Gràfic 9. Representació de les dades simulades (punts liles) i la resposta obtinguda a partir del filtrat de Kalman (blau).*

Finalment s'ha considerat útil dibuixar en un mateix gràfic els valors de la posició X i Y emesos per el Pozyx i desplaçats mitjançant la acceleració introduïda de forma artificial, l'estat de la posició que ens proposa l'algorisme de Kalman i finalment també s'ha dibuixat el resultat de la posició si utilitzem com a posició correcte la mitjana de les posicions anteriors, una solució que com ja hem comentat anteriorment no es correspon amb el desplaçament real del Pozyx.



Gràfic 10. En les direccions X i Y, dibuix de les lectures del sistema Pozyx (negre), el resultat després del filtrat de Kalman (vermell) i la posició si s'hagués utilitzat la acceleració mitjana actualitzada a temps real (blau).



## 7. Resultats amb moviment real

### 7.1 Problema inicial

Un cop ens disposem a aplicar el filtre en un experiment real es presenta el problema de que les dades d'acceleració que ens proporciona el Pozyx són en un sistema de coordenades referit a la pròpia placa del Pozyx (solidari amb l'acceleròmetre incorporat), mentre que les dades de posició estan referides al sistema de coordenades de l'habitació. Per tant, tot i que l'acceleració del Pozyx amb referència a l'habitació tingui una direcció i valor constants, si es canvia la orientació del Pozyx les lectures de l'acceleració també variaran la seva direcció la qual cosa ocasionarà uns resultats incoherents i erronis. Així que no és possible aplicar el filtrat de Kalman utilitzant directament les dades d'acceleració que emet el Pozyx ja que la previsió que fa l'algorisme seguint el model pot ser molt diferent de la posició real.

### 7.2 Possible solució

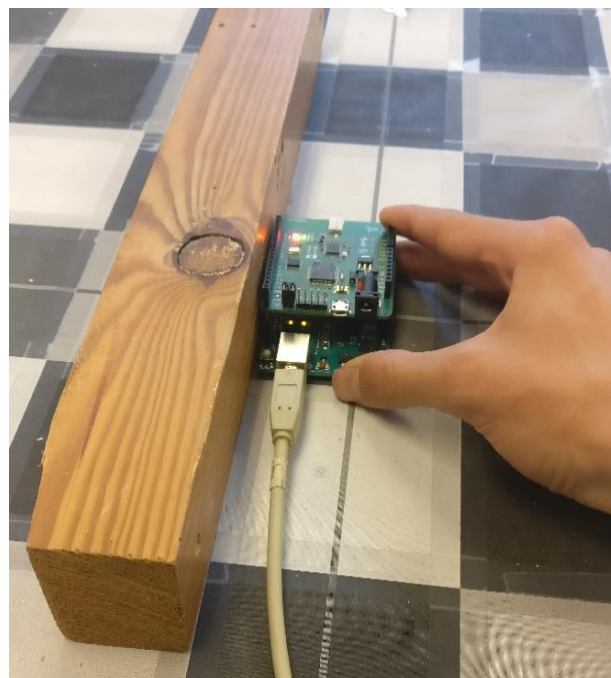
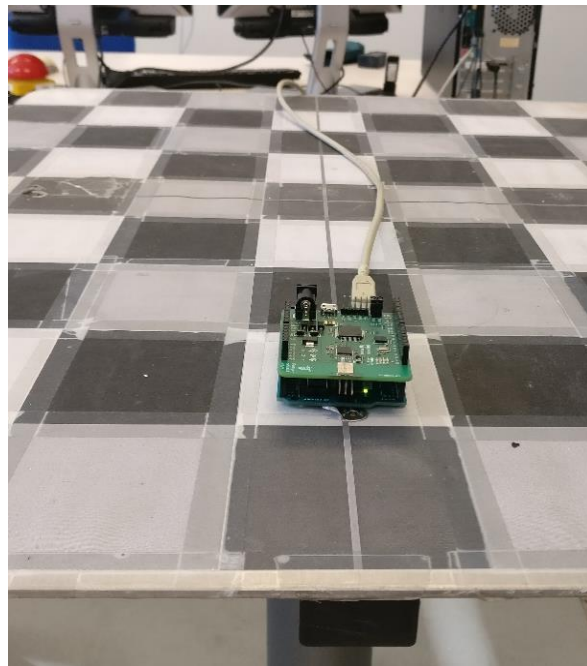
Conscients d'aquest problema, els dissenyadors del Pozyx han incorporat a la placa un parell de sensors addicionals (giroscopi i magnetòmetre) per detectar la orientació de la placa del Pozyx i d'aquesta manera poder corregir les dades d'acceleració per tal de referir-les al mateix sistema de coordenades que la posició. Concretament el sistema ens ofereix les dades d'orientació en angles d'Euler i en quaternions. Per fer el tractament teòric utilitzarem els quaternions ja que comparats amb els angles d'Euler, els quaternions són molt més simples i eviten el problema anomenat bloqueig del cardan, que té lloc quan es perd un grau de llibertat perquè dos dels eixos d'Euler es troben en la mateixa direcció.

$$\mathbf{q}_i^b = (a \quad b \quad c \quad d)^T$$

$$R_i^b(\mathbf{q}_i^b) = \begin{pmatrix} a^2 + b^2 - c^2 - d^2 & 2bc - 2ad & 2bd + 2ac \\ 2bc + 2ad & a^2 - b^2 + c^2 - d^2 & 2cd - 2ab \\ 2bd - 2ac & 2cd + 2ab & a^2 - b^2 - c^2 + d^2 \end{pmatrix}$$

*Matriu 1. Matriu de rotació de referència cos a referència inercial a partir dels quaternions.*

Cal dir que el Pozyx ens subministra un quaternió que indica la orientació de la placa Pozyx respecte d'una direcció fixa de l'espai que coincideix aproximadament amb la direcció del camp magnètic terrestre local, el qual anomenarem «referència Terra». Amb la matriu 1 podem canviar la referència de les dades d'acceleració fins a obtenir unes dades en referència Terra. Tot i així, és més que probable que el nostre laboratori (i el sistema de coordenades associat a ell) no estigui aliniat amb el camp magnètic terrestre. En conseqüència, caldrà aplicar encara una segona rotació per tal d'obtenir els components de l'acceleració en les direccions X i Y que hem definit dins del laboratori, per la qual cosa cal prèviament determinar l'orientació del laboratori respecte de la direcció nord-sud.



*Figures 21.1 i 21.2. Imatges del procediment emprat per tal de determinar el grau de gir entre la referència Terra i la referència laboratori.*

A partir dels experiments mostrats a les Figures 21.1 i 21.2 es va deduir que la referència Terra que obteníem a partir de la matriu de rotació de quaternions està

girada uns 151 graus respecte la referencia habitació. Aquesta deducció es va fer movent el *tag* del Pozyx en una direcció X i seguidament aplicàvem la matriu de rotació de quaternions les dades d'acceleració obtingudes i després aplicàvem una matriu de rotació on iterativament es va anar modificant l'angle de gir fins arribar al punt en que el component X de la acceleració era l'únic que es podia considerar no nul.

Les primeres proves que es van realitzar aplicant el filtrat de Kalman amb les dades d'acceleració rotades segons la explicació anterior no van aconseguir els resultats esperats, ja que la trajectòria obtinguda es desviava de forma considerable respecte el moviment real del robot.

Per acabar de comprovar les rotacions suposades son fiables i mirar de millorar els resultats s'hauria de repetir l'experiment i després comprovar si el filtrat de Kalman es comporta com s'espera quan les dades d'entrada son les que ens proporciona el sistema Pozyx. És per aquesta raó que cal seguir investigant sobre el tema i aquestes comprovacions i ampliacions del treball es deixaran per futurs projectes relacionats amb el tema.

## 8. Conclusions

A l'hora d'analitzar la qualitat de les dades emeses per el sistema Pozyx sembla que la l'error de les dades de posició varia molt segons la posició en que es trobi el *tag* dins de l'habitació, però en tots els casos s'observa que l'error no és major que 10 centímetres, que és la precisió que ja ofereix el fabricant. Per aquesta raó es considera que l'error màxim de posició comès per el sistema Pozyx és independent de la localització del *tag* dins de l'habitació.

Una interessant ampliació del treball podria ser provar d'augmentar la precisió del filtrat de Kalman fent-lo adaptatiu, és a dir, canviar la variància i covariància de les dades obtingudes en funció de la localització aproximada del Pozyx dins de l'habitació. Per poder aplicar aquesta modificació, seria necessari tornar a analitzar noves dades de posició i estudiar si es mantenen o no les característiques de distribució dels errors en diferents zones del laboratori.

Seria interessant realitzar una segona recollida de dades per assegurar que els resultats obtinguts son significatius. Aquest treball té com a objectiu la implementació del filtrat del Kalman per millorar la precisió de les dades de posicionament del Pozyx. Per aplicar aquest algorisme utilitzarem les dades obtingudes inicialment i les considerarem bones, així que no es repetirà la recollida de dades. Tot i així, tornar a fer l'anàlisi de les dades rebudes donaria una qualitat més bona a les característiques generals de les dades rebudes i per tant el algorisme implementat tindria també una qualitat superior.

A l'hora de prendre les dades hem considerat que el Pozyx treballarà a una altura constant ja que estarà instal·lat al robot. Després de realitzar les comprovacions adients es pot assegurar que la qualitat de les dades rebudes no es veu altament influenciada per la localització dels altres objectes robots o persones que es troben dins del laboratori. En el cas que es volgués estudiar el seu comportament en altres

plans horitzontals del laboratori també s'haurien d'analitzar les dades rebudes per cada altura i partir d'aquí treure les conclusions adients.

Pel que fa la variabilitat de les variables de posicionament  $x$  i  $y$ , es pot observar que es força alta. Una de les recomanacions que dona el fabricant de Pozyx per tal de millorar la precisió de les dades i disminuir la variabilitat és la instal·lació de més antenes o àncores al laboratori. En el cas del laboratori on es realitza aquest treball, només hi ha dues antenes a cada una de les parets paral·leles que es troben més separades. Afegir una antena a cada una de les parets que falten a diferents altures podria donar més qualitat a les dades emeses per el Pozyx.

A partir de la simulació realitzada es pot concloure que dins d'un marc teòric el filtrat de Kalman és una bona solució ja que els resultats obtinguts eliminen el soroll de les dades rebudes i dona un resultat de la posició de l'objecte molt bona.

S'ha de tenir en compte que amb aquesta simulació no s'ha considerat cap mena de variabilitat ni error en els valors de l'acceleració que s'ha simulat. Per aprofundir més en la qualitat de l'algorisme seria interessant estudiar la variabilitat real de l'acceleració que obtenim en les dades que envia el Pozyx.

## 9. Bibliografia

### Imatges de la introducció extretes de:

<http://www.cl.cam.ac.uk/research/dtg/attarchive/thebadge.html>

<http://www.cl.cam.ac.uk/research/dtg/attarchive/bat/>

<http://cricket.csail.mit.edu/>

### Articles relacionats amb sistemes de localització:

Computer Science Department, Loughborough University, Loughborough, UK

*A Survey of Indoor Positioning and Object Locating Systems*, Hakan Koyuncu and Shuang Hua Yang

Universitat País Basc, facultat d'informàtica

[https://addi.ehu.es/bitstream/handle/10810/13407/PFC\\_Alejandro\\_Hern%C3%A1ndez.pdf?sequence=1](https://addi.ehu.es/bitstream/handle/10810/13407/PFC_Alejandro_Hern%C3%A1ndez.pdf?sequence=1)

### Articles relacionats amb el filtre de Kalman:

Understanding the Basis of the Kalman Filter Via a Simple and Intuitive Derivation, Ramsey Faragher, IEEE SIGNAL PROCESSING MAGAZINE, Setembre 2012

<https://www.cl.cam.ac.uk/~rmf25/papers/Understanding%20the%20Basis%20of%20th%20Kalman%20Filter.pdf>

Tutorial: The Kalman Filter, Tony Lacey., Algorithms guide, Chapter 11, MIT

<http://web.mit.edu/kirtley/kirtley/binlustuff/literature/control/Kalman%20filter.pdf>

Kalman Filter: Multiplying Normal Distributions, Norbert Freier

[https://www.norbertfreier.de/dateien/kalman\\_filter\\_multiplying\\_normal\\_distributions\\_norbert\\_freier\\_2013.pdf](https://www.norbertfreier.de/dateien/kalman_filter_multiplying_normal_distributions_norbert_freier_2013.pdf) (inclou la demostració matemàtica del resultat del producte de dos distribucions normals)

### Informació sobre els quaternions:

<http://www.chrobotics.com/library/understanding-quaternions>